

УДК 612.431.75

Титов В. А.
Лавриненков А. Д.
Титов А. В.

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИНСТРУМЕНТА И ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ МАТЕРИАЛА ДЕТАЛИ ПРИ ВЫГЛАЖИВАНИИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ТРЕНИЯ

Обеспечение эксплуатационных характеристик (надежности и ресурса) изделий является важнейшей проблемой современного машиностроения. Работоспособность изделий, таких как летательные аппараты, двигатели, автомобили и других, в значительной степени зависит от качества поверхности деталей, поскольку отказ изделий происходит, как правило, вследствие повреждений усталостного характера. Известно, что зарождение усталостной трещины начинается с поверхности заготовки или поверхностного слоя [1, 2]. Поэтому на финишных операциях изготовления ответственных деталей изделий производят их обработку методами поверхностного пластического деформирования (ППД) [3, 4]. Эта обработка позволяет улучшить параметры качества поверхностного слоя детали преимущественно осесимметричной формы, повысив тем самым надежность и ресурс изделий в целом. Одним из наиболее эффективных методов ППД является алмазное выглаживание инструментом с алмазным или твердосплавным наконечником сферической формы.

Обеспечение эффективности эксплуатации конструкций изделий также связано с правильным выбором конструкционных материалов. В последнее время наряду с традиционными конструкционными материалами – сталями и алюминиевыми сплавами эффективно применяют титановые сплавы, которые характеризуются высокой удельной прочностью и жесткостью при хорошей коррозионной стойкости и сопротивлении усталостным нагрузкам.

Однако при использовании выглаживания для обработки титановых сплавов возникает ряд трудностей, связанных с их малой теплопроводностью, высокой адгезионной способностью и их склонностью к холодному свариванию с инструментом [3, 5]. В процессе выглаживания резко возрастают силы трения между заготовкой и инструментом, повышается тепловыделение в зоне контакта. Это приводит к увеличению шероховатости обрабатываемой поверхности, ее надрывам, что снижает усталостную прочность деталей изделий, а также снижению стойкости инструмента – выглаживателя [6, 7].

Как показывают литературные данные [8–13], величина сдвиговых деформаций в поверхностном слое при обработке сталей алмазным инструментом незначительна. Это обусловлено малой величиной сил трения ($f_{mp} = 0,05 - 0,1$) и высокой жесткостью обрабатываемого материала. Поэтому в расчетах фактором трения [8, 9] пренебрегают. В тоже время при обработке титановых сплавов трением пренебречь нельзя. А обеспечение качества выглаженных поверхностей возможно только за счет управления трением, на основе изучения механики взаимодействия инструмента с поверхностью детали.

Решение вопросов обеспечения эффективности выглаживания различных конструкционных материалов, в том числе титановых сплавов, возможно на основе исследования механики деформирования поверхностного слоя при выглаживании.

Целью работы является создание математической модели взаимодействия инструмента (выглаживателя) с поверхностным слоем материала детали, которая бы отражала основные закономерности механики деформирования с учетом влияния трения на развитие сдвиговых деформаций поверхностного слоя.

Влияние сдвиговых деформаций в теоретическом аспекте исследовано не достаточно. Поэтому авторами [14] предложен подход, основанный на описании кинематики процесса деформирования и определении НДС и энергосиловых параметров процесса с использованием

замкнутой системы уравнений сплошных сред [15]. В этой постановке кинематический процесс деформирования при выглаживании включает перемещение материальных частиц поверхностного слоя по глубине и смещение их вдоль образующей инструмента:

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_{\text{од}} + \vec{V}_{\text{сд}}, \quad (1)$$

где \vec{V}_0 , $\vec{V}_{\text{од}}$, $\vec{V}_{\text{сд}}$ – векторы скорости перемещений материальных частиц поверхностного слоя в очаге деформации, соответственно общий, за счет вдавливания инструмента, сдвига за счет сил трения.

Компоненты вектора перемещений материальных частиц при вдавливании сферического инструмента в поверхность детали можно записать в соответствии с работой [16]. Тогда поле скоростей течения металла в зоне деформаций в цилиндрической системе координат можно записать в виде:

$$\begin{aligned} V_z &= V \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right)^2; \\ V_r &= -\frac{r}{kl} V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где V – скорость движения сферического инструмента (скорость обработки);

m – коэффициент формы;

l – граница зоны контакта инструмента с поверхностью детали;

k – коэффициент пропорциональности.

Компоненты тензора скоростей деформаций определены путем дифференцирования по координатам:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz} &= -\frac{2}{kl} V \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right)^2; \\ \varepsilon_{rr} &= -\frac{1}{kl} V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right) \left(1 - 2m \frac{r^2}{l^2} \right); \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= -\frac{1}{kl} \left(1 - \frac{z}{kl} \right) V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right); \\ \varepsilon_{zr} &= \frac{rV}{l^2} \left[2 - 2m \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) + \frac{1}{k^2} \right] \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Процесс сдвига при выглаживании выполнен также в цилиндрической системе координат. В общем случае компоненты вектора перемещений сдвиговой составляющей связаны уравнением совместности деформаций:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_r}{r} = 0. \quad (4)$$

Величина радиальной скорости перемещений компоненты сдвиговой деформации зависит от радиальной координаты r и осевой координаты z . Это можно записать в виде произведения функций координат:

$$V_{cr} = f(r) \cdot \xi(z). \quad (5)$$

Функции $f(r)$ и $\xi(z)$ определяют зависимость распределения радиальной скорости от величины координаты в зоне контакта заготовки с выглаживателем. С достаточной степенью точности эти функции можно записать в виде линейных зависимостей:

$$V_{cr} = (Ar + B)(Cz + D). \quad (6)$$

Неизвестные коэффициенты A, B, C, D определены из достаточных граничных условий:

$$1) \text{ при } r = 0, z = 0; V_r = V_{cd}; \quad (7)$$

$$2) \text{ при } r = l, z = 0; V_r = 0; \quad (8)$$

$$3) \text{ при } r = 0, z = h; V_r = 0, \quad (9)$$

где V_{cd} – скорость сдвига материальных частиц на контактной поверхности

В целом поле скоростей перемещений материальных частиц сдвиговой компоненты при выглаживании имеет вид:

$$\begin{cases} V_{cr} = V_{cd} \left(1 - \frac{r}{l}\right) \left(1 - \frac{z}{h}\right); \\ V_{c\theta} = V_{cd} \left(1 - \frac{z}{h}\right) \left[\frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{2r}{l}\right)\theta\right]; \\ V_{cz} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где h – глубина распространения сдвиговых деформаций. Принято, что $h = kl$.

Используя дифференциальные соотношения между скоростями перемещений и скоростями деформаций в цилиндрической системе координат, получим выражения для компонент скоростей деформаций сдвиговой составляющей:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= -\frac{1}{l} V_{cd} \left(1 - \frac{z}{h}\right); \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{l} V_{cd} \left(1 - \frac{z}{h}\right); \\ \varepsilon_{zr} &= -\frac{1}{h} V_{cd} \left(1 - \frac{r}{l}\right); \quad \varepsilon_{r\theta} = -\frac{4}{l} V_{cd} \left(1 - \frac{z}{h}\right)\theta; \\ \varepsilon_{\theta z} &= -\frac{1}{h} V_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{2r}{l}\right)\theta\right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Составляющую V_{cd} в выражениях (10) и (11) определим из условия баланса мощностей, которое в дифференциальном виде:

$$dN_{инд} = dN_{cd}, \quad (12)$$

где $N_{инд}$ – мощность воздействия инструмента на заготовку;

N_{cd} – мощность деформации сдвига в поверхностном слое заготовки.

$$dN_{инд} = \tau_k V_c dF, \quad (13)$$

где V_c – скорость взаимного размещения рабочей поверхности инструмента относительно поверхности заготовки.

Касательное напряжение:

$$\tau_k = f_{тр} \sigma_n, \quad (14)$$

где $f_{тр}$ – коэффициент трения;

σ_n – нормальное напряжение, которое определяется из расчета или берется равным σ_s . Тогда подставляя (14) в (13) получим:

$$dN_{инд} = f_{mp} \sigma_n V_c dF. \quad (15)$$

Мощность пластической деформации сдвига в поверхностном слое:

$$dN_{сд} = \tau_{сд} V_{сд} dF. \quad (16)$$

где:

$$\tau_{сд} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \cdot \varepsilon_{rz}. \quad (17)$$

Равенство (16) приобретает вид:

$$dN_{сд} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \cdot \varepsilon_{rz} \cdot V_{сд} \cdot dF. \quad (18)$$

Подставляя (15) и (18) в (12), получаем:

$$f_{mp} \sigma_n V_c dF = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \cdot \varepsilon_{rz} \cdot V_{сд} \cdot dF. \quad (19)$$

Считая, что равенство (19) справедливо для произвольно взятой элементарной площади контакта dF , имеем соотношение:

$$f_{mp} \sigma_n V_c = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \cdot \varepsilon_{rz} \cdot V_{сд}. \quad (20)$$

В соотношении (20) неизвестной является величина скорости сдвига материальных частиц заготовки $V_{сд}$, которую определим выражением:

$$V_{сд} = 3 \frac{\sigma_n}{\sigma_i} \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{rz}} f_{mp} V_c. \quad (21)$$

Необходимо отметить, что величины ε_{rz} и ε_i в общем случае являются функциями $V_{сд}$.

Дадим оценку соотношений $\frac{\sigma_n}{\sigma_i}$ и $\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{rz}}$. Если принять $\sigma_n = \sigma_s$ и $\sigma_i = \sigma_s$, то $\frac{\sigma_n}{\sigma_i} = 1$.

Однако, в общем случае $\sigma_n > \sigma_s$ в силу наличия в очаге деформаций зоны всестороннего сжатия. Поэтому величина соотношения $\frac{\sigma_n}{\sigma_i} > 1$, а его минимальная величина при развитии пластических деформаций будет равна единице. Нормальное контактное напряжение σ_n неравномерно изменяется по координате r . Его максимальная величина соответствует значению $r = 0$, а минимальная $\sigma_n = 0$ – соответствует значению $r = l$.

Поэтому оценка второго соотношения $\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{rz}}$ выполнена для зоны максимальных контактных нормальных напряжений при $r = 0$. Величина соотношения равна:

$$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{rz}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{2}{l^2} (h-z)^2 + \frac{3}{2} \left[\frac{16}{l^2} (h-z)^2 \theta^2 + \left[1 - \left(1 - \frac{2r}{l} \right) \theta \right]^2 + \left(1 - \frac{r}{l} \right)^2 \right]}. \quad (22)$$

Из (22) видно, что соотношение $\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{rz}}$ не зависит от скорости $V_{c\partial}$. Поэтому (21) одно-

значно определяет скорости перемещения материальных частиц при сдвиге $V_{c\partial}$. Тогда (23)

можно записать в виде:

$$V_{c\partial} = \sqrt{2} f_{mp} V_c A, \quad (23)$$

где:

$$A = \sqrt{\frac{2}{l^2} (h-z)^2 + \frac{3}{2} \left[\frac{16}{l^2} (h-z)^2 \theta^2 + \left[1 - \left(1 - \frac{2r}{l} \right) \theta \right]^2 + \left(1 - \frac{r}{l} \right)^2 \right]}. \quad (24)$$

В соответствии с (1) и принятия во внимания (2) и (23) можно записать векторы перемещения в компонентах на оси координат:

$$\begin{aligned} V_z &= V \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right)^2; \\ V_r &= -\frac{r}{kl} V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right) + \sqrt{2} f_{mp} V_c A \left(1 - \frac{r}{l} \right) \left(1 - \frac{z}{h} \right); \\ V_\Theta &= \sqrt{2} f_{mp} V_c A \left(1 - \frac{z}{h} \right) \left[\frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{2r}{l} \right) \Theta \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Полученная система равенств (25) представляет собой обобщенную математическую модель, которая отражает механику движения материальных частиц поверхностного слоя при выглаживании.

Используя дифференциальные соотношения между скоростями перемещений и скоростями деформаций в цилиндрической системе координат, получим выражения для компонент скоростей деформаций обобщенной математической модели:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz} &= -\frac{2}{kl} V \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right)^2; \\ \varepsilon_{rr} &= -\frac{1}{kl} V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) \left(1 - \frac{z}{kl} \right) \left(1 - 2m \frac{r^2}{l^2} \right) - \sqrt{2} \frac{A}{V t_k} f_{mp} V \left(1 - \frac{z}{k V t_k} \right) \cos \frac{V t_k}{R}; \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= -\frac{1}{kl} \left(1 - \frac{z}{kl} \right) V \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) + \sqrt{2} \frac{A}{V t_k} f_{mp} V \left(1 - \frac{z}{k V t_k} \right) \cos \frac{V t_k}{R}; \\ \varepsilon_{zr} &= \frac{rV}{l^2} \left[2 - 2m \left(\frac{r^2}{l^2} - 1 \right) + \frac{1}{k^2} \right] \exp \left(-m \frac{r^2}{l^2} \right) - \frac{\sqrt{2}}{V t_k} f_{mp} V A \left(1 - \frac{r}{V t_k} \right) \cos \frac{V t_k}{R}; \\ \varepsilon_{r\theta} &= -\frac{4\sqrt{2}}{V t_k} f_{mp} V A \left(1 - \frac{z}{V t_k} \right) \theta \cos \frac{V t_k}{R}; \\ \varepsilon_{\theta z} &= -\frac{\sqrt{2}}{V t_k} f_{mp} V A \left[1 - \left(1 - \frac{2r}{V t_k} \right) \theta \right] \cos \frac{V t_k}{R}. \end{aligned} \quad (26)$$

ВЫВОДЫ

Полученная математическая модель (26) учитывает основные параметры процесса выглаживания, влияющие на качество поверхностного слоя – скорость обработки V и трение между инструментом и поверхностью детали.

Установлено, что величина деформации сдвига, определяемая ε_{rz} , пропорциональна коэффициенту трения $f_{тр}$, а скорость обработки связана с параметрами геометрии инструмента и ее влияние на величину деформации менее значительно.

Показано, что управление коэффициентом трения позволяет обеспечить качественную обработку поверхности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов В. С. *Природа усталости металлов* / В. С. Иванов, В. Ф. Терентьев. – М. : Металлургия, 1975. – 456 с.
2. Троценко В. Т. *Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении* / В. Т. Троценко. – К. : Наукова думка, 1981. – 341 с.
3. К вопросу разработки технологических смазок для деформирующего протягивания деталей из сплава ВТ1-0 / О. А. Розенберг, Е. А. Пащенко, С. Е. Шейкин, И. Ю. Ростоцкий // *Технологические системы*. – 2007. – № 2(28). – С. 27–32.
4. *Технологія виробництва авіаційних двигунів. Частина III. Методи обробки деталей авіаційних двигунів* / В. О. Богослаєв, О. Я. Качан, В. К. Яценко та ін. – Запоріжжя : Видавн. ВАТ «Мотор Січ», 2008 р. – 639 с.
5. Титов А. В. Особенности алмазного выглаживания сплава ВТ-23 с использованием твердой смазки / А. В. Титов, Т. М. Лабур, А. Л. Пузырев // *Вестник НТУУ «КПИ». Машиностроение*. – 2008. – № 53. – С. 202–207.
6. Особенности алмазного выглаживания сплава ВТ-22 с дополнительным ультразвуковым воздействием на инструмент / В. А. Титов, В. А. Никитенко, А. В. Титов, А. Д. Лавриненков, А. А. Пливак // *Обработка материалов давлением : сб. науч. тр.* – Краматорск : ДГМА, 2009. – № 1(20). – С. 166–172.
7. Титов А. В. Некоторые особенности формирования свойств поверхностного слоя при ультразвуковом выглаживании / А. В. Титов, Ю. А. Хохлова, А. Д. Лавриненков // *Вестник НТУУ «КПИ»*. – 2009. – № 56. – С. 140–147.
8. Торбило В. М. *Алмазное выглаживание* / В. М. Торбило. – М. : Машиностроение, 1972. – 105 с.
9. Чепя П. А. *Технологические основы упрочнения деталей поверхностным пластическим деформированием* / П. А. Чепя. – Минск : наука и техника, 1981. – 128 с.
10. Михин Н. М. *Трение в условиях пластического контакта* / Н. М. Михин. – М. : Наука, 1986. – 104 с.
11. О соотношении между деформационной и адгезионной составляющими коэффициента трения / И. В. Крагельский, Н. М. Алексеев, А. В. Семенов и др. – М. : Машиностроение, 1969. – № 1. – С. 115–119.
12. Хворостухин Л. А. К вопросу о трении при алмазном выглаживании / Л. А. Хворостухин, А. Ф. Волков // *Известия ВУЗов. Машиностроение*. – 1969. – № 7. – С. 139–143.
13. Hull E. H. *Diamond burnishing* / E. H. Hull // *Machinery* (#4). – 1962. – V. 68. – № 5.
14. Титов В. А. Некоторые перспективные направления развития процессов выглаживания конструкционных материалов / В. А. Титов, А. В. Титов // *Вісник Національного технічного університету «ХПИ» : збірник наукових праць. Тематичний випуск : Нові рішення в сучасних технологіях*. – Харків : НТУ «ХПИ», 2009. – № 32. – С. 78–86.
15. Алексеев Ю. Н. *Введение в теорию обработки металлов давлением, прокаткой и резанием* / Ю. Н. Алексеев. – Харьков : Изд-во ХГУ, 1969. – 108 с.
16. Титов А. В. Математическая модель взаимодействия сферического индентора с поверхностью детали / А. В. Титов, Л. В. Шмелева, А. Д. Лавриненков // *Вестник НТУУ «КПИ»*. – 2011. – № 62. – С. 95–99.

Титов В. А. – д-р техн. наук, проф., зав. каф. НТУУ «КПИ»;

Лавриненков А. Д. – ассистент НТУУ «КПИ»;

Титов А. В. – канд. техн. наук НТУУ «КПИ».

НТУУ «КПИ» – Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», г. Киев.

E-mail: v.a.titov@list.ru

Статья поступила в редакцию 23.03.2013 г.