УДК 539.3

О.О. Боронко, д-р техн.наук, проф., А.Д. Лавріненков, асп., М.Н. Чуприна, студ.
НТУ України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

ВИМУШЕНІ НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ КРІСЛА ВОДІЯ ПРИ ЇХ КІНЕМАТИЧНОМУ ЗБУДЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ ЧАСТОТНО-НЕЗАЛЕЖНОГО ТЕРТЯ

В статье рассматриваются вынужденные нелинейные колебания кресла водителя при его кинематическом гармоническом возбуждении с учетом частотно – независимого трения. В работе рассмотрен конкретный пример и сделаны выводы о влиянии нелинейности системы на амплитуду колебаний. С помощью метода гармонического баланса была определена амплитуда нелинейных колебаний кресла с водителем и построена амплитудно-частотаная характеристика

The article deals with forced nonlinear vibration of driver's seat during it's kinematic harmonic excitation, taking into account the frequency - independent friction. Specific example is examined in the article and conclusions about the influence of nonlinearity on the amplitude of oscillation are made. The amplitude of nonlinear oscillations of driver's seat was determined and an amplitude-oscillation charakteristic was plotted. The amplitude of nonlinear oscillations of driver's seat was determined and an amplitude-oscillation characteristic was plotted.

Вступ. При русі транспортного засобу на крісло водія, а відповідно і на самого водія, діє вібрація. Занадто інтенсивна або занадто тривала вібрація, що сприймається живим організмом, може йому нашкодити. Явища, які виникають в організмі під дією як загальної, так і локальної (місцевої) вібрації, досить складні. Чисто механічний ефект потрясіння викликає реакції нервової, ендокринної, серцево-судинної та інших систем організма. Тому розробка ефективних методів розрахунку на коливання крісла водія є актуальною задачею.

Методи дослідження. Крісло водія розглядається як механічна система з жорсткою кубічною характеристикою відновлювальної сили і кубічним частотно-незалежним тертям при його гармонічному кінематичному збудженні (рис. 1). Розрахункова модель представлена на рис. 2.

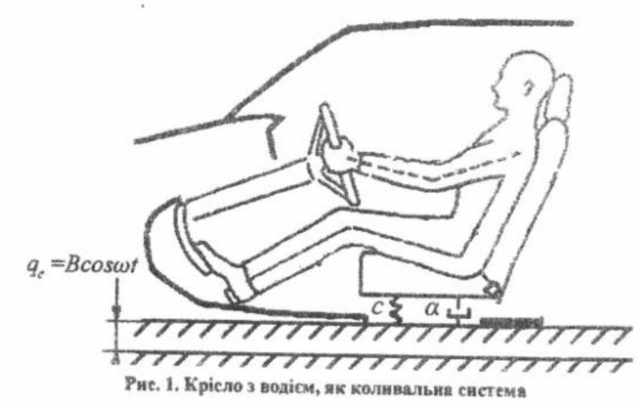

Рис. 1. Крісло з водієм, як коливальна система

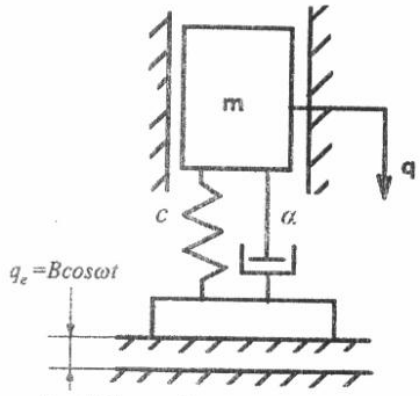

Рис. 2. Модель кінематичного збудження

Запишемо рівняння вимушених коливань для даної механічної системи. Рух об'єкта визначається рівнянням [1]

$$a\left(\ddot{q}^e + q^r\right) + cq^r + \alpha_3 (q^r)^3 + a_3\left(I\dot{q}^r\right)^3 = 0, \qquad (1)$$

де a – коефіцієнт інерції, c- коефіцієнт жорсткості, α_3, a_3 - коефіцієнти синфазного і гістерезисного відхилення від закону Гука, I - коректувальний множник, який дорівнює $\frac{1}{\omega_0}$ ($\omega_0^2 = \frac{c}{m}$ квадрат власної колової частоти),

q^e – переносний рух, q^r – відносний рух.

Вважаємо, що переносний рух змінюється за гармонійним законом

$$q^e = B\cos\omega t$$

де - B – амплітуда кінематичного збудження,

ω – частота цього збудження.

Перепишемо рівняння (1) наступним чином

$$\ddot{q}^r + \omega_0^2 q^r + \gamma\left[\left(q^r\right)^3 + \left(I\dot{q}^r\right)^3\right] = -\ddot{q}^e\,, \tag{2}$$

або

$$\ddot{q}^r + \omega_0^2 q^r + \gamma\left[\left(q^r\right)^3 + \left(I\dot{q}^r\right)^3\right] = B\omega^2\cos\omega t\,, \tag{3}$$

де $\omega_0^2 = \dfrac{c}{a}$

$\gamma = \alpha_3 = \alpha_1$,

Розв'язок шукаємо у вигляді:

$$q = A_r\cos(\omega t - \varphi) = A_r\cos\psi\,, \tag{4}$$

Амплітуду і фазу в (4) визначаємо за методом гармонічного балансу [2], для цього підставимо розв'язок (4) в рівняння (3) та зберемо члени при $cos\psi$ та $sin\psi$.

$$-A_r\omega^2\cos\psi + \omega_0^2 A_r\cos\psi + \gamma A_r^3\cos^3\psi - (IA_r)^3\omega^3\sin^3\psi = \omega^2 B\cos\omega t\,, \tag{5}$$

З урахуванням, що:

$$\cos^3\psi = \frac{1}{4}(3\cos\psi + \cos 3\psi),$$

$$\sin^3\psi = \frac{1}{4}(3\sin\psi - \sin 3\psi),$$

$$\cos\omega t = \cos(\psi + \varphi) = \cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi\,.$$

рівняння (5) запишеться

$$-A_r\omega^2\cos\psi + \omega_0^2 A_r\cos\psi + \gamma A_r^3\frac{3}{4}\cos\psi + A_r{}^3\frac{1}{4}\cos 3\psi - \gamma\frac{A_r{}^3\omega^3}{\omega_0^3}\frac{3}{4}\sin\psi - \gamma\frac{A_r{}^3\omega^3}{\omega_0^3}\frac{1}{4}\sin 3\psi = \tag{6}$$

$$= B\omega^2(\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi)$$

Зібравши згідно методу гармонічного балансу члени при $cos\psi$ та $sin\psi$ отримаємо відповідно баланс реактивних та активних сил.

$$A_r\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + \frac{3}{4}\gamma A_r^3 = B\omega^2\cos\varphi\,, \tag{7}$$

$$\frac{3}{4}A_r^3\gamma = B\omega^2\sin\varphi\,, \tag{8}$$

Для визначення амплітуди возведемо рівняння (7) та (8) до квадрату та просумуємо

$$\left[A_r\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + \frac{3}{4}\gamma A_r^3\right]^2 = B^2\omega^4\cos^2\omega t\,, \tag{9}$$

$$\left(\frac{3}{4}\gamma A_r^3\right)^2 = B^2\omega^4\cos^2\omega t\,, \tag{10}$$

$$\left[A_r\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + \frac{3}{4}\gamma A_r^3\right]^2 + \left(\frac{3}{4}\gamma A_r^3\right)^2 = B^2\omega^4\,, \tag{11}$$

Звідки маємо:

$$A_r^2\left(\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{3}{4}\gamma A_r^2\right)^2 = B^2\omega^4 - \left(\frac{3}{4}\gamma A_r^3\right)^2, \tag{12}$$

$$tg\varphi = \frac{\frac{3}{4}\gamma A_r^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{3}{4}\gamma A_r^2}\,, \tag{13}$$

Підставивши рівняння (10) в (9) отримаємо:

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 - \frac{B\omega^2}{A_r\omega_0^2}(\cos\varphi - \sin\varphi), \tag{14}$$

$$\sin\varphi = \frac{3}{4}\frac{A_r^3\gamma}{B\omega^2}, \tag{15}$$

З рівняння (15) при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ знаходимо максимально можливу амплітуду

$$A_r = \sqrt[3]{\frac{4B\omega^2}{3\gamma}}$$

В якості прикладу розглянемо наступну задачу. Автомобіль рухається по трасі з укладених бетонних плит. За рахунок того, що стики плит не співпадають по вертикалі виникає кінематичне збудження вимушених коливань автомобіля та крісла водія.

Виберемо наступні параметри:

$$a = m = 100кг;\ c = 2\frac{кН}{м};\ a_3 = a_3 = 0{,}0049;\ B = 2см;\ \omega = 50c^{-1}.$$

$$A_r = \sqrt[3]{\frac{4B\omega^2}{3\gamma}} = 0{,}02388м$$

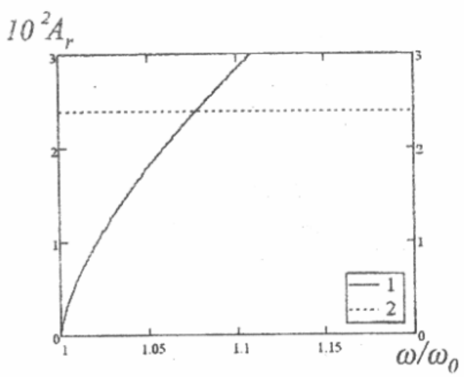

Рис. 3. Графічне зображення амплітуди коливань:

1 – скелетна крива $\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{3}{4}\gamma A_r^3 = 0$

2 – енергетична лінія $B^2\omega^4 - \left(\frac{3}{4}\gamma A_r^3\right)^2 = 0$

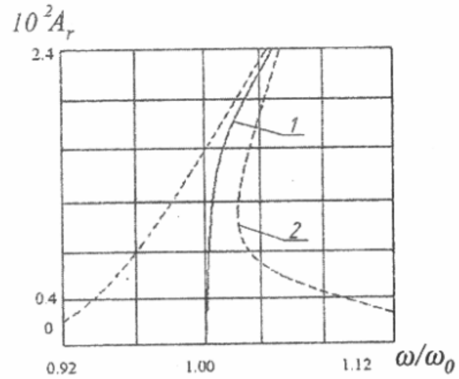

Рис. 4. Амплітудно-частотна характеристика
1 – скелетна крива, 2 - АЧХ

Висновки.

З аналізу отриманих рівнянь витікає:

1. Амплітуди коливань в нелінійній системі завжди обмежені, незважаючи на відсутність тертя.

2. При «точному» резонансі ($\frac{\omega}{\omega_0} = 1$), амплітуда не є найбільшою величиною.

3. В нелінійній системі основну роль в обмеженні амплітуди коливань відіграє не лінійність характеристик відновлювальної сили.

4. Розсіяння енергії визначає максимально можливу амплітуду коливань.

Список літератури

1. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник.- К.: Вища шк., 2004. - 525 с.: іл.
2. Вибрации в технике: Справ.: Т. 2.: Колебания нелинейных механических систем. – Машиностроение, 1979. – 351 с.